

Tentamen Kansrekening en Statistiek

MST

15 januari 2015, 14.00–17.00 uur

Het tentamen bestaat uit 15 meerkeuzevragen 2 open vragen. Een formuleblad wordt uitgedeeld.
Normering: 0.4 punt per MC antwoord - 2 punt per open vraag

- Van de gebeurtenissen A en B is bekend dat $P(A \cup B) = 5/6$ en $P(A \cap B) = 1/4$ en $P(B) = 2/3$. Bereken $P(A)$.
a. $7/24$ b. $1/2$ c. $13/24$ d. $7/12$ e. $3/8$ f. $5/12$
- Gegeven een continue stochast X met kansdichtheidsfunctie $f(x) = 2x$ voor $0 \leq x \leq 1$ en gegeven reële getallen $0 < a < b < 1$. Dan is de kans $P(a < X \leq b)$ gelijk aan:
a. $b - a$ b. $b^2 - a^2$ c. $2(b - a)$
d. $2(b^2 - a^2)$ e. $(b - a)/2$ f. $(b^2 - a^2)/2$
- Laat X een uniforme $U(0, 1)$ variabele zijn. Dan is de verwachting van X^3 gelijk aan
a. $1/6$ b. $1/5$ c. $1/4$ d. $1/3$ e. $1/2$ f. 1
- Ik gooi met drie dobbelstenen en tel de som van de ogen. Bijvoorbeeld: ik gooi 2,3,4, dan is de som van de ogen 9. Bereken de kans dat de som van de ogen 6 is.
a. $5/216$ b. $7/216$ c. $10/216$ d. $11/216$ e. $12/216$ f. $13/216$
- Bevolkingsstatistieken leren dat van 100 000 vrouwen, 89 835 minstens 60 jaar oud worden, en 57 062 minstens 80 jaar oud. Wat is de kans dat een vrouw van 60 minstens 80 jaar oud wordt?
a. 0.5706 b. 0.6352 c. 0.7854 d. 0.8103 e. 0.8547 f. 0.8934
- De schatters T_1 en T_2 zijn allebei zuivere schatters van de parameter θ . Welke van de volgende schatters is ook zuiver?
a. $T_1 + T_2$ b. $T_1 - T_2$ c. $T_1 + 2T_2$ d. $2T_1 - T_2$ e. $T_1 - 2T_2$ f. $2T_1 + T_2$
- De stochast X heeft een binomiale verdeling $Bin(n, p)$ met $n = 100$ en $p = 0.4$. We benaderen X via de normale verdeling $N(\mu, \sigma^2)$. Wat zijn dan de geschikte waarden van μ en σ^2 ?
a. $\mu = 100, \sigma^2 = 0.24$ b. $\mu = 100, \sigma^2 = 24$ c. $\mu = 100, \sigma^2 = 576$
d. $\mu = 40, \sigma^2 = 0.24$ e. $\mu = 40, \sigma^2 = 24$ f. $\mu = 40, \sigma^2 = 576$
- Een dataset heeft 16 elementen met steekproef standaardafwijking $s_{16} = 1.3$ en gemiddelde $\bar{x}_{16} = 0.5$. De dataset representeert een normale verdeling $N(\mu, \sigma^2)$. Welk van de volgende intervallen is een 90-procent betrouwbaarheidsinterval voor μ ?
a. $(-0.07, 1.07)$ b. $(-0.19, 1.19)$ c. $(-0.17, 1.17)$
d. $(-0.14, 1.14)$ e. $(-0.03, 1.03)$ f. $(0.07, 0.97)$

9. Efkingslijm kan volgens de producent een belasting van tot 10 MPa weerstaan. De consumentenbond twijfelt aan de kracht van deze lijm en onderzoekt de bewering via een statistische toets. We noteren de kritische spanning van Efkingslijm met P . Bepaal de juiste nulhypothese en alternatieve hypothese.

- a. $H_0: P = 10; H_1: P > 10$ b. $H_0: P < 10; H_1: P > 10$
 c. $H_0: P = 10; H_1: P < 10$ d. $H_0: P < 10; H_1: P = 10$
 e. $H_0: P = 10; H_1: P \neq 10$ f. $H_0: P > 10; H_1: P < 10$

10. De Bernoulli stochasten X en Y hebben de gezamenlijke kansverdeling zoals in de onderstaande tabel

	$Y = 0$	$Y = 1$
$X = 0$	0.2	0.3
$X = 1$	0.3	0.2

Bereken de covariantie van X en Y .

- a. -0.5 b. -0.05 c. 0 d. 0.05 e. 0.1 f. 0.5
11. Het aan- of uitzetten van de bemalingspomp van een polder gebeurt op basis van de voorspelde neerslag. De kans dat de voorspelling correct is, is gelijk aan p .

Als de neerslag correct voorspeld is, dan is er een kans van 90% dat het gewenste waterpeil in de polder gehaald wordt. Als de neerslag incorrect voorspeld is, dan is de kans dat het gewenste waterpeil in de polder gehaald wordt slechts 30%. Hoe groot moet de voorspellingskans p , zodat het gewenste waterpeil gehaald wordt in minstens 50% van de tijd?

- a. 0.250 b. 0.750 c. 0.333 d. 0.666 e. 0.500 f. 0.800
12. De stochasten X en Y nemen alleen positieve waarden aan. Ze hebben een gezamenlijke kansdichtheid

$$f(x, y) = 2e^{-x-2y}$$

voor $x, y \geq 0$. Bereken de verwachting van X .

- a. 1 b. e c. e^2 d. e^{-1} e. e^{-2} f. 2
13. Een laborante bekijkt 100 kweekjes, en telt het aantal besmettingshaarden per kweekje. Zij vindt gemiddeld 3.64 besmettingshaarden per kweekje, met een steekproef standaarddeviatie van 2. Het verwachte aantal besmettingshaarden per kweekje is μ . De laborante voert een t-toets uit voor de nulhypothese $H_0: \mu = 4$, tegen de alternatieve hypothese $H_1: \mu \neq 4$, bij significantieniveau 0.05. Geef de waarde van de toetsingsgrootte en vermeld uw conclusie

- a. $t = -0.18; H_0$ verwerpen b. $t = -1.22; H_0$ verwerpen
 c. $t = -1.80; H_0$ verwerpen d. $t = -0.18; H_0$ niet verwerpen
 e. $t = -1.22; H_0$ niet verwerpen f. $t = -1.80; H_0$ niet verwerpen
14. Vijf mannen en twee vrouwen staan in de rij. Ze zijn volstrekt willekeurig gaan staan. Hoe groot is de kans dat de twee vrouwen achter elkaar staan.
- a. $\frac{2}{7}$ b. $\frac{2}{5}$ c. $\frac{2}{9}$ d. $\frac{1}{6}$ e. $\frac{1}{3}$ f. $\frac{1}{2}$

15. In de psychologie is IQ gedefinieerd als een $N(100, 100)$ stochast, d.w.z. $\mu = 100$ en $\sigma^2 = 100$. Mensen met een IQ van 140 of meer worden gezien als geniaal. Nederland telt 14 miljoen inwoners boven de 18 jaar. Hoeveel geniale Nederlanders zijn er ongeveer te verwachten in deze leeftijdscategorie?

a. 2 of 3

b. 8 tot 12

c. 30 tot 50

d. 100 tot 150

e. 250 tot 350

f. 400 tot 500

OPEN VRAGEN

Opgave 1

De stochasten X_1, X_2, \dots, X_{100} zijn onafhankelijk. Elk van deze stochasten is exponentieel $Exp(\lambda)$ verdeeld met parameter $\lambda = 0.1$.

- A. Definieer S als de som van deze honderd stochasten. Bereken de variantie van S .
- B. Gebruik de centrale limietstelling om de kans $P(S > 1200)$ uit te rekenen.
- C. Definieer Z als het minimum van deze honderd stochasten. Bereken de kans $P(Z > 1)$.

Opgave 2

DOW Chemical bestudeert de twee katalysatoren A en B om het productieproces in een fabriek te versnellen. In de test wordt elke katalysator 12 keer getest. De versnelling van het proces wordt gemeten in seconden. De resultaten zijn:

<i>kat. A</i>	<i>kat. B</i>
20	20
19	21
25	24
15	26
21	23
33	21
32	24
26	27
26	27
17	22
33	25
20	22

De steekproefvariantie is gegeven door

$$s_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2$$

A. Bereken voor deze data zowel het steekproefgemiddelde als de steekproef standaardafwijking van de versnelling, voor katalysator A en B. Welke van de twee katalysatoren verdient de voorkeur? Let zowel op de te behalen versnelling als op de consistentie van de versnelling.

B. Katalysator A wordt geproduceerd door UOP uit Illinois. Dit bedrijf claimt dat de gemiddelde versnelling van katalysator A gelijk is aan 30 seconden. Neem dit aan als nulhypothese. Neem als alternatieve hypothese dat de versnelling kleiner is dan 30 seconden. Het significantie-niveau is 1 procent. Verwerpt men bij Dow Chemical de nulhypothese na deze test?