Tentamen Kansrekening en Statistiek
MST
29 januari 2015, 14.00–17.00 uur

Het tentamen bestaat uit **15** meerkeuzevragen **2** open vragen. Een formuleblad wordt uitgedeeld.
Normering: 0.4 punt per MC antwoord - 2 punt per open vraag

---

1. Van de gebeurtenissen A en B is bekend dat $P(A|B) = 5/6$ en $P(A \cap B) = 1/4$ en $P(A) = 1/3$. Bereken $P(A \cup B)$.

a. 17/30 **b.** 1/2 **c.** 13/24 **d.** 7/12 **e.** 23/60 **f.** 5/12

2. Je doet mee aan een quiz-show en als winnaar mag je kiezen uit 5 dozen A, B, C, D, E. In één van de dozen zit een prijs van een miljoen euro. De andere dozen zijn leeg. Je kiest doos A. Vervolgens maakt de quizmaster, die weet welke doos de prijs bevat, de dozen C en E open. Deze dozen zijn natuurlijk leeg. Dan vraagt de quizmaster of je misschien wilt wisselen. Dat doe je en je kiest doos B. Hoe groot is de kans dat je de de prijs wint?

a. $\frac{2}{5}$ **b.** $\frac{1}{3}$ **c.** $\frac{4}{15}$ **d.** $\frac{2}{3}$ **e.** $\frac{3}{5}$ **f.** $\frac{1}{5}$

3. Laat X een uniforme $U(0, 1)$ variabele zijn. Dan is de verwachting van $\ln(X)$ gelijk aan

a. 1 **b.** 0.5 **c.** 0.43 **d.** -1 **e.** -0.75 **f.** -0.1

4. In een partij van 1000 gloeilampen zit gemiddeld 1 kapotte lamp. Hoe groot is de kans dat er geen kapotte lampen in een partij van 1000 gloeilampen zitten?

a. 0 **b.** 0.100 **c.** 0.250 **d.** 0.276 **e.** 0.368 **f.** 0.500

5. Bevolkingsstatistieken leren dat van 100 000 vrouwen, 89 835 minstens 60 jaar oud worden, en 67 062 minstens 80 jaar oud. Wat is de kans dat een vrouw van 60 minstens 80 jaar oud wordt?

a. 0.7465 **b.** 0.6352 **c.** 0.6706 **d.** 0.7211 **e.** 0.8111 **f.** 0.8934

6. De stochast X heeft kansdichtheid

$$f(x) = \tfrac{3}{16}x^2 \quad \text{voor} \quad -2 \le x \le 2$$

en $f(x) = 0$ elders. Dan is $P(X \ge 1)$ gelijk aan

a. $\frac{5}{16}$ **b.** $\frac{7}{16}$ **c.** $\frac{9}{16}$ **d.** $\frac{5}{8}$ **e.** $\frac{7}{8}$ **f.** $\frac{3}{4}$

7. De stochast X heeft een binomiale verdeling $Bin(n, p)$ met $n = 100$ en $p = 0.4$. We benaderen X via de normale verdeling $N(\mu, \sigma^2)$. Wat zijn dan de geschikte waarden van μ en σ^2?

a. $\mu = 100, \sigma^2 = 0.24$ **b.** $\mu = 100, \sigma^2 = 24$ **c.** $\mu = 100, \sigma^2 = 576$
d. $\mu = 40, \sigma^2 = 0.24$ **e.** $\mu = 40, \sigma^2 = 24$ **f.** $\mu = 40, \sigma^2 = 576$

8. Een dataset heeft 16 elementen met steekproef standaardafwijking $s_{16} = 1.3$ en gemiddelde $\bar{x}_{16} = 0.5$. De dataset representeert een normale verdeling $N(\mu, \sigma^2)$. Welk van de volgende intervallen is een 95-procent betrouwbaarheidsinterval voor μ?

a. $(-0.19, 1.19)$ **b.** $(-0.17, 1.17)$ **c.** $(-0.14, 1.14)$
d. $(-0.03, 1.03)$ **e.** $(-0.07, 1.07)$ **f.** $(0.07, 0.97)$

9. We voeren een hypothesetoets uit, gebruikmakend van een toetsingsgrootheid T die volgens H0 normaal verdeeld is met $\mu = 7$ en $\sigma^2 = 4$. Als $T \leq 2.5$ dan verwerpen we de nulhypothese. Hoe groot is de kans op een fout van de eerste soort?

a. 0.0401 **b.** 0.0122 **c.** 0.0006 **d.** 0.0104 **e.** 0.0014 **f.** 0.0061

10. De Bernoulli stochasten X en Y hebben de gezamenlijke kansverdeling zoals in de onderstaande tabel

	$Y = 0$	$Y = 1$
$X = 0$	0.3	0.2
$X = 1$	0.2	0.3

Bereken de covariantie van X en Y.

a. -0.5 **b.** -0.05 **c.** 0 **d.** 0.05 **e.** 0.1 **f.** 0.5

11. Een personenlift stopt als hij meer dan 750 kg moet vervoeren. Stel de personen die gebruik maken van de lift hebben een normaal verdeeld gewicht, met verwachting 85 kg en standaarddeviatie 7 kg, onafhankelijk van elkaar. Wat is de kans dat de lift stopt als er 9 personen in staan?

a. 0.93 **b.** 0.82 **c.** 0.76 **d.** 0.59 **e.** 0.34 **f.** 0.18

12. De stochasten X en Y nemen alleen positieve waarden aan. Ze hebben een gezamenlijke kansdichtheid

$$f(x, y) = 2e^{-x-2y}$$

voor $x, y \geq 0$. Bereken de verwachting van Y.

a. 1 **b.** e **c.** e^2 **d.** e^{-1} **e.** e^{-2} **f.** 1/2

13. Een laborante bekijkt 100 kweekjes, en telt het aantal besmettingshaarden per kweekje. Zij vindt gemiddeld 3.64 besmettingshaarden per kweekje, met een steekproef standaarddeviatie van 2. Het verwachte aantal besmettingshaarden per kweekje is μ. De laborante voert een t-toets uit voor de nulhypothese $H_0 : \mu = 4$, tegen de alternatieve hypothese $H_1 : \mu < 4$, bij signicantieniveau 0.05. Geef de waarde van de toetsingsgrootheid en vermeld uw conclusie

a. $t = -0.18$; H_0 verwerpen **b.** $t = -1.22$; H_0 verwerpen
c. $t = -1.80$; H_0 verwerpen **d.** $t = -0.18$; H_0 niet verwerpen
e. $t = -1.22$; H_0 niet verwerpen **f.** $t = -1.80$; H_0 niet verwerpen

14. De stochast X is $Geo(\frac{1}{2})$ verdeeld. Bereken de verwachting van X^2.

a. 1 **b.** 2 **c.** 3 **d.** 4 **e.** 5 **f.** 6

15. De stochasten X en Y zijn onafhankelijk en $N(0,1)$ verdeeld. Bereken de variantie van $2X - Y$.

a. 1 **b.** 2 **c.** 3 **d.** 4 **e.** 5 **f.** 6

OPEN VRAGEN

Opgave 1

De stochasten $X_1, X_2, \ldots, X_{100}$ zijn onafhankelijk. Elk van deze stochasten is uniform $U(1,2)$ verdeeld.

A. Laat S de som van de honderd stochasten zijn. Gebruik de centrale limietstelling om de kans $P(S > 155)$ uit te rekenen.

B. Definieer Z als het minimum van deze honderd stochasten. Bereken de kans $P(Z > 1.01)$.

Opgave 2

De stochasten X en Y nemen waarden aan tussen 0 en 1. Ze hebben gezamenlijke verdelingsfunctie

$$F(x,y) = \frac{xy + x^2y^2}{2}$$

voor $0 \leq x, y \leq 1$.

A. Bereken de marginale dichtheidsfuncties f_X en f_Y.

B. Bereken de covariantie van X en Y.

Antwoorden multiple choice:

1

2

3

4

5

6

7

8

10

11

12

13

14

15