

- Gebruik van een zakcalculator is toegestaan.
- Elk antwoord dient duidelijk beargumenteerd te worden.
- Het getal (score + 5)/5, op 1 decimaal afgerond, geeft het eindresultaat.
- **Normering:**

vr. 1	6	vr. 2	5	vr. 3a	3	vr. 4	4	vr. 5a	3	vr. 6	4	vr. 7a	4	vr. 8	5
				vr. 3b	3			vr. 5b	3			vr. 7b	3		
												vr. 7c	2		

1. Los het volgende beginwaardeprobleem op:

$$\begin{cases} t^3 \frac{dy}{dt} + 3t^2 y = t \\ y(2) = 0 \end{cases}$$

(Geef de oplossing in expliciete vorm, dus als functievoorschrift)

2. Bepaal de algemene oplossing, in expliciete vorm (dus in de vorm van een functievoorschrift), van de differentiaalvergelijking:

$$e^{-2t} y' - 4t \sqrt{y} = 0 \text{ waarbij } y > 0.$$

3. Bewijs of weerleg de volgende 2 beweringen:

- a. De verzameling $S = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 x_2 = 0\}$ is een lineaire deelruimte van \mathbb{R}^2 .
- b. Als A een 7×9 -matrix is met $\text{nulliteit}(A) = 2$ dan geldt $\text{Rowspace}(A) = \mathbb{R}^7$.

4. Bepaal $h \in \mathbb{R}$ zodanig dat het stelsel vectoren $\{(1, 2, 3), (3, 4, 5), (4, 5, h)\}$ ruimte \mathbb{R}^3 opspant.

5. Gegeven is dat de aangevulde matrix van een stelsel lineaire vergelijkingen rij-equivalent is met de volgende echelonvorm:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -2 & -5 & 17 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha^2 + 9\alpha - 18 \end{array} \right] \begin{array}{c} 15 \\ -4 \\ -2\alpha + 12 \end{array}$$

Hierbij is α een reële constante.

- a. Voor welke waarde(n) van α is dit lineaire stelsel strijdig?
- b. Neem $\alpha = 6$ en geef de algemene oplossing van het lineaire stelsel in *parametervorm*.

6. Bereken de determinant van matrix $B = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2b_1 & 2b_2 & 2b_3 \\ 4 & 2a_1 & 2a_2 & 2a_3 \\ 5 & 2c_1 & 2c_2 & 2c_3 \end{bmatrix}$ als gegeven is dat

$$\det \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \end{pmatrix} = 3.$$

7. Gegeven zijn matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & -2 \\ -2 & -5 & -10 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$, vector $\underline{b} = \begin{bmatrix} -7 \\ 10 \\ 6 \\ 3 - \beta^2 \end{bmatrix}$

(waarbij $\beta \in \mathbb{R}$) en $V = \{(-2a - 11b, 2b, 9a - 8b, 3a) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$.

- Voor welke waarde(n) van β geldt $\underline{b} \in \text{Colspace}(A)$?
 - Bepaal een basis van $\text{Nullspace}(A)$.
 - Bepaal een basis van V .
8. Gegeven zijn de bases $B = \{\underline{b}_1, \underline{b}_2\}$ en $C = \{\underline{c}_1, \underline{c}_2\}$ van \mathbb{R}^2 , waarbij $\underline{b}_1 = (-1, 2)$, $\underline{b}_2 = (2, -1)$, $\underline{c}_1 = (1, 0)$ en $\underline{c}_2 = (1, 1)$. Bereken $[\underline{x}]_B$ als $\underline{x} = 6\underline{c}_1 - \underline{c}_2$ door gebruik te maken van een geschikte coördinatentransformatiematrix (overgangsmatrix).