TUDelft

Lineaire Algebra en Differentiaalvergelijkingen
4052LADIFVY (deeltoets 2)
Maandag 17 Oktober 2016, 15.45-17.30 uur

Universiteit Leiden

- Gebruik van een zakcalculator is toegestaan.
- Elk antwoord dient duidelijk beargumenteerd te worden.
- Het getal (3*score+10)/10, op 1 decimaal afgerond, geeft het eindresultaat.
- **Normering**:

opg. 1a	2	opg. 2a	3	opg. 3	7	opg. 4	4	opg. 5	6
opg. 1b	3	opg. 2b	2						
		opg. 2c	3						

---

1. Gegeven zijn basis $\{\underline{v}_1, \underline{v}_2\}$ van $\mathbb{R}^2$ en de lineaire afbeelding afbeelding $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ met voorschrift $T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2)\underline{v}_1 + (x_2 - x_3)\underline{v}_2$.

a. Bepaal de (representatie)matrix van T.

b. Bepaal een basis van $Ker(T)$, de kern van T.

2. Gegeven is matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & \alpha \\ 2 & -\alpha - 1 & -1 \\ 2 & 0 & \alpha \end{bmatrix}$, waarbij $\alpha \in \mathbb{R}$.

a. Bereken de eigenwaarden van A.

b. Ga na voor welke waarde(n) van α vector $\underline{x} = (1, 1, 1)$ een eigenvector is van matrix A.

c. Neem $\alpha = -1\frac{1}{2}$ en ga na of matrix A diagonaliseerbaar is.

3. Bepaal, *m.b.v. de methode van ordeverlaging*, de algemene oplossing van de lineaire differentiaalvergelijking $y'' - 2y' + y = \frac{e^t}{t}$ waarbij $t > 0$ (zoek zelf een functie die geschikt is om de ordeverlaging te realiseren).

4. Gegeven is het homogene stelsel lineaire differentiaalvergelijkingen $\underline{x}' = A\underline{x}$, waarbij A een reële 2x2-matrix is. Bovendien is gegeven dat A de eigenwaarde $\lambda_1 = 2 + 5i$ heeft met bijbehorende eigenvector $\underline{x}_1 = (1 - 2i, 1)$. Bepaal de algemene oplossing van $\underline{x}' = A\underline{x}$ *in reële vorm.*

Z.O.Z.

variatie van constante werkt het beste

5. Bepaal een particuliere oplossing van het inhomogene stelsel lineaire differentiaalvergelijkingen $\underline{x}'(t) = B\underline{x}(t) + \underline{g}(t)$, waarbij $B = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ en $\underline{g}(t) = \begin{bmatrix} e^t \\ 2e^{2t} \end{bmatrix}$, als gegeven is dat $\begin{bmatrix} e^{2t} & e^{4t} \\ 3e^{2t} & e^{4t} \end{bmatrix}$ een fundamentaalmatrix is van $\underline{x}'(t) = B\underline{x}(t)$. Vereenvoudig uw antwoord zo veel mogelijk.