

- Gebruik van een zakcalculator is toegestaan.
- Elk antwoord dient duidelijk beargumenteerd te worden.
- Een tabel van Laplace-getransformeerden is bijgevoegd.
- Het getal $(\text{score} + 2\frac{1}{2}) / 2\frac{1}{2}$, op 1 decimaal afgerond, geeft het eindresultaat.
- **Normering:**

opg. 1: ptn	opg. 2: ptn	opg. 3: ptn	opg. 4: ptn	opg. 5: ptn
3	$4\frac{1}{2}$	5	4	6

1. Bepaal de Laplace-getransformeerde van $f(t) = \begin{cases} t & \text{als } 0 \leq t < 2 \\ 0 & \text{als } t \geq 2 \end{cases}$

2. Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem:

$$\begin{cases} y'(t) = 1 - \int_0^t y(t-\tau) e^{-2\tau} d\tau \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

3. Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem:

$$\begin{cases} y''(t) + 2y'(t) + y(t) = 1 + \delta(t-2) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = -1 \end{cases}$$

4. Functie f wordt gedefinieerd door:

$$\bullet f(x) = \begin{cases} -1 & \text{als } -1 \leq x < -\frac{1}{2} \\ 1 & \text{als } -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \\ -1 & \text{als } \frac{1}{2} < x < 1 \end{cases}$$

● f is 2-periodiek, d.w.z. $f(x+2) = f(x)$ voor elke $x \in \mathbb{R}$.

a. Bepaal de Fourierreeks van functie f .

b. Geef aan voor welke $x \in \mathbb{R}$ de gevonden Fourierreeks convergeert en, in geval van convergentie, naar welke waarde deze reeks convergeert.

5. Construeer, m.b.v. de methode van scheiding van variabelen, de oplossing van het volgende warmtegeleidingsprobleem:

$$\begin{cases} u_t = 25u_{xx} \text{ voor } 0 < x < 5 \text{ en } t > 0 \\ u_x(0, t) = 0 \text{ en } u_x(5, t) = 0 \text{ voor } t > 0 \\ u(x, 0) = 4 + \cos(\pi x) - 2\cos(2\pi x) \text{ voor } 0 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

TABEL VAN LAPLACE-GETRANSFORMEERDEN

	$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}(s)$
1	1	$\frac{1}{s}$
2	t	$\frac{1}{s^2}$
3	t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
4	$\sin at$	$\frac{a}{s^2 + a^2}$
5	$\cos at$	$\frac{s}{s^2 + a^2}$
6	e^{at}	$\frac{1}{s - a}$
7	te^{at}	$\frac{1}{(s - a)^2}$
8	$t^n e^{at}$	$\frac{n!}{(s - a)^{n+1}}$
9	$e^{at} \sin bt$	$\frac{b}{(s - a)^2 + b^2}$
10	$e^{at} \cos bt$	$\frac{s - a}{(s - a)^2 + b^2}$
11	$t \sin at$	$\frac{2as}{(s^2 + a^2)^2}$
12	$t \cos at$	$\frac{s^2 - a^2}{(s^2 + a^2)^2}$
13	$\delta(t)$	1
14	$\delta(t - c)$	e^{-cs}
15	$e^{ct} f(t)$	$F(s - c)$
16	$u_c(t)$	$\frac{e^{-cs}}{s}$
17	$u_c(t) f(t - c)$	$e^{-cs} F(s)$
18	$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$
19	$t^n f(t)$	$(-1)^n \frac{d^n}{ds^n} F(s)$
20	$\int_0^t f(\tau) g(t - \tau) d\tau$	$F(s) G(s)$